MECHANICKÉ KMITÁNÍ

1.0) Nestacionární fyzikální děje

Nestacionární děje jsou popsány veličinami, které se **v závislosti na čase mění**.

(např. výchylka, rychlost, zrychlení)

1.1) *Dělení*:

Periodické: rotace Země, střídavý proud, činnost srdce, kmitání, hudební tóny…

Neperiodické: zemětřesení, hlas, buchot, praskot…

2.0) Kmitání

Kmitání – pohyb, který se pravidelně opakuje.

2.1) Vlastnosti kmitavého pohybu:

2.1.1) přímočarý, křivočarý i otáčivý,

2.1.2) vždy nerovnoměrný – rychlost se mění s časem.

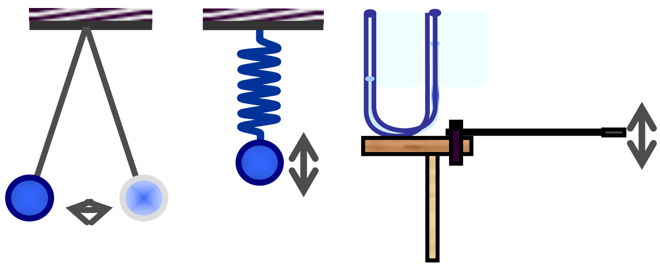
Příčina kmitavého pohybu je **SÍLA**, např. tíhová síla nebo síla pružnosti pružiny.

Harmonický kmitavý pohyb - jeho grafem je sinusoida, veličiny závisí na čase podle funkce sinus.

3.0) Mechanický oscilátor

Oscilátor = každé zařízené, které může kmitat volně (bez vnějšího působení).

Příklady: kyvadlo, těleso na pružině, vodováha, kovová tyč upevněná na konci…



4.0) Veličiny kmitavého pohybu

Kmit periodicky se opakující část kmitavého pohybu.

Doba kmitu (perioda) ***T***

$[T] = 1\,\mathrm{s}$

čas, za který přeběhne jeden kmit.

Frekvence (kmitočet) ***f***

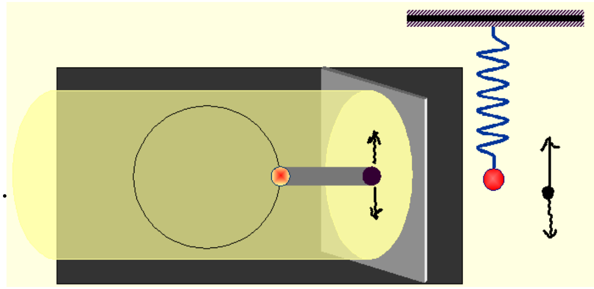
udává počet kmitů za jednu sekundu.

Je rovna převrácené hodnotě periody.

$$f = \frac{1}{T} \qquad [f] = \frac{1}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{Hz}\ (\mathrm{hertz})$$

5.0) Souvislost kmitání a pohybu po kružnici

Kulička koná pravidelný pohyb po kružnici, její kolmý průmět (stín) koná kmitavý pohyb, naprosto stejný jako těleso na pružině.



6.0) Výchylka kmitavého pohybu

Místo dráhy se pro kmitavý pohyb určuje <u>výchylka *y*</u>.

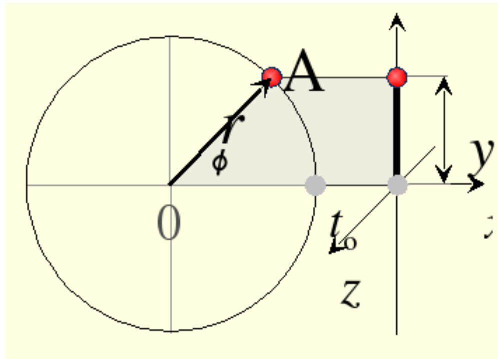
Výchylka je vzdálenost od rovnovážné polohy.

$$y = r\sin\phi$$

$$\phi = \omega t$$

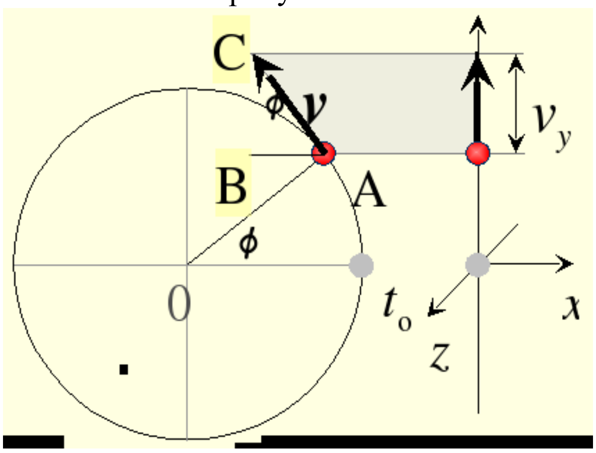
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$y = y_m \sin \omega t$$



průmět průvodiče → okamžitá výchylka - **y**
velikost průvodiče → amplituda = maximální výchylka
úhel otočení -> fáze kmitavého pohybu
úhlová rychlost ***ω*** → úhlová frekvence

7.0) Rychlost kmitavého pohybu



$$\cos\phi = \frac{v_y}{v}$$

$$v_y = v\cos\phi$$

$$v = \omega r$$

$$r \rightarrow y_m$$

$$\phi = \omega t$$

$$v_m = \omega y_m$$

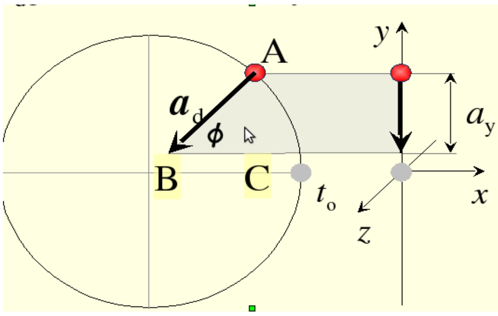
$$v = \omega y_m \cos \omega t$$

ϕ – fáze kmitavého pohybu
***v_m* - amplituda rychlosti**

Rychlost je maximální rovna v_m při průchodu rovnovážnou polohou, nulová v amplitudách.

8.0) Zrychlení kmitavého pohybu

a_d **je dostředivé zrychlení**



$$\sin \phi = \frac{a_y}{a_d}$$
$$a_y = a_d \sin \phi$$
$$a_d = \omega^2 r$$
$$r \to y_m$$
$$\phi = \omega t$$

$$a = -\omega^2 y_m \sin \omega t$$
$$a = -\omega^2 y$$

<u>*Kmitavý pohyb je*</u>:

- při pohybu tělesa z rovnovážné polohy do amplitudy <u>zpomalený</u>,
- při pohybu tělesa do rovnovážné polohy <u>zrychlený</u> (shora i zdola).

Narozdíl od pohybu rovnoměrně zrychleného se **velikost zrychlení mění**, dosahuje největší hodnoty v největší vzdálenosti od rovnovážné polohy (v amplitudě). Při průchodu rovnovážnou polohou je zrychlení rovno nule.

9.0) Fáze kmitavého pohybu

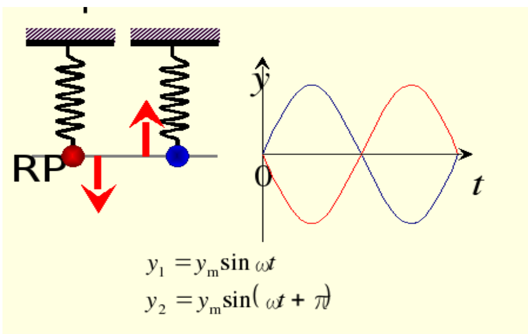
$$y = y_m \sin(\omega t + \phi_0)$$

φ_0 - počáteční fáze kmitavého pohybu

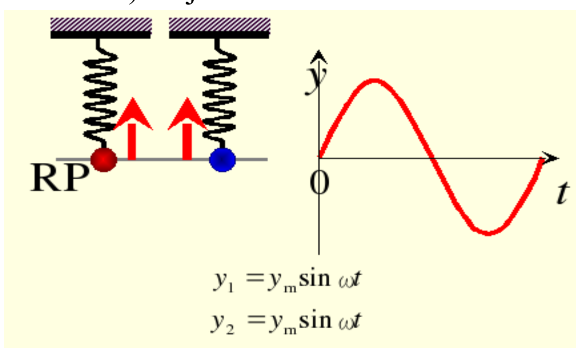
Určuje hodnotu veličiny harmonického kmitání v počátečním okamžiku, t.j. v čase $t = 0$ s.

10.0) Kmitání s opačnou a shodnou fází

10.1) Opačná fáze



10.2) Stejná fáze

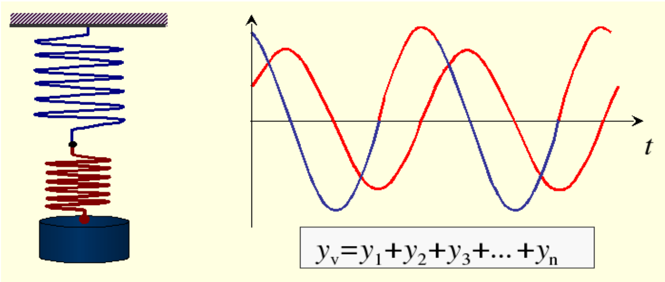


11.0) Princip **superpozice**

Koná-li těleso současně několik harmonických pohybů stejného směru s okamžitými výchylkami $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$, okamžitá výchylka výsledného kmitání je y_V.

Těleso kmitá, jako by konalo **současně** víc pohybů.

12.0)



Izochronní kmitání
Stejné: periodu a frekvenci, v jedné přímce
Liší se: v amplitudách, v počátečních fázích.

12.1) Skládání izochronních kmitání
se stejnou fází … zesílení
s opačnou fází … zeslabení, při stejné amplitudě vyrušení

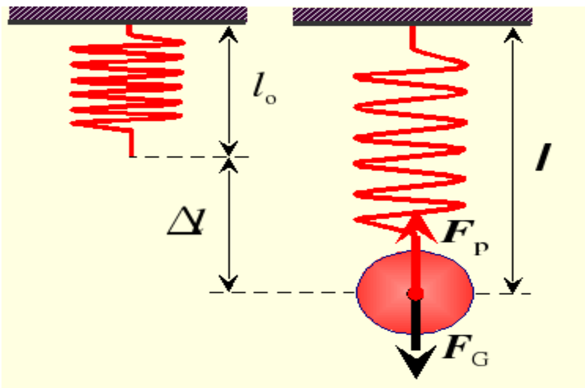
13.0) Dynamika kmitavého pohybu - Pružinový oscilátor

Velikost síly pružnosti pružiny F_p je přímo úměrná prodloužení pružiny Δl.

$$F_p = k\Delta l$$

k - tuhost pružiny, číselně odpovídá velikosti síly, která způsobí prodloužení pružiny o 1 metr.

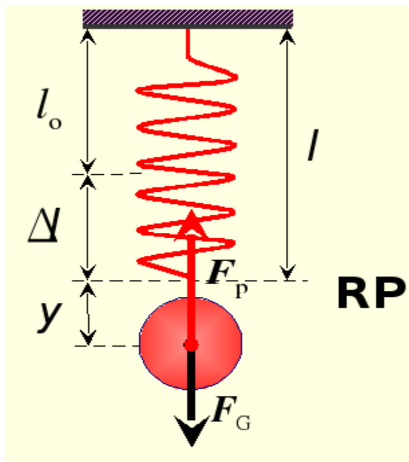
V rovnovážné poloze je výsledná působící síla rovna nule.



Rovnovážná poloha:

$$F_G = F_p$$

$$mg = k\Delta l$$



Příčinou harmonického kmitání mechanického oscilátoru je síla $\boldsymbol{F_V}$, která je přímo úměrná okamžité výchylce $\boldsymbol{y}$.

$$F_V = F_G + F_p$$

$$F_V = F_G - F_p$$

$$F_V = mg - k(\Delta l + y)$$

$$F_V = -ky$$

RP- rovnovážná poloha

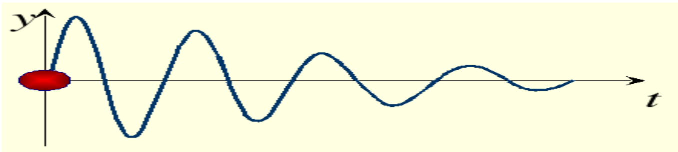
y – výchylka při kmitání

Δl – prodloužení způsobené F_G

14.0) Tlumené a netlumené kmitání

Netlumené kmitání je volné kmitání oscilátoru - v průběhu kmitání na něj nepůsobí žádné síly. Amplituda kmitání se nemění, oscilátor kmitá neomezeně dlouho.

Tlumené kmitání - při kmitání reálného oscilátoru se amplituda kmitů zmenšuje, až volné kmitání zanikne. Jeho příčinou jsou odporové síly působící na oscilátor.



15.0) Vlastní kmitání

Kmitání bez ovlivňování vnějšími silami je **vlastní kmitání** oscilátoru

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ω_0 - úhlová frekvence vlastního kmitání

Např. pružinový oscilátor:

Vlastní kmitání tělesa na pružině je **tlumené.**

=> Mechanická energie se mění na jiné formy energie. (*vnitřní energii prostředí a oscilátoru*).

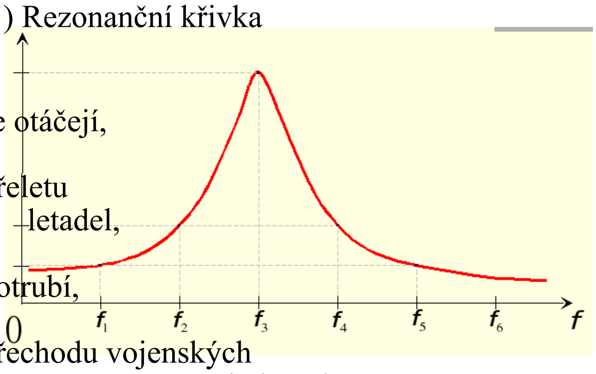
16.0) Nucené kmitání

Příčinou netlumeného kmitání je vnější silové působení na oscilátor. Prostřednictvím **vazby** mezi oscilátorem a okolím se přivádí zvenku do oscilátoru energie, tím nahradíme ztráty vzniklé tlumením.
Při nuceném kmitání kmitá vždy oscilátor s **frekvencí vnějšího působení**.

17.0) Rezonance

Nastává při nuceném kmitání, je-li frekvence vnějšího působení shodná s frekvencí vlastního kmitání oscilátoru.
Při rezonanční frekvenci dosahuje amplituda nucených kmitů největší hodnoty. Nastává **rezonanční zesílení**.
(Rezonanční frekvence – je taková frekvence která je téměř shodná s f vlastního kmitání oscilátoru)

17.1) Rezonanční křivka



17.2) Příklady:

- ve strojích s částmi, které se otáčejí,
- chvění okenných tabulí při přeletu letadel,
- chvění vodovodního potrubí,
- kmitání mostů při přechodu vojenských jednotek

Na ose *y* je výchylka v závislosti na frekvenci vnějšího kmitání.

Maxima dosahuje pro hodnoty blízké vlastní frekvenci oscilátoru.

18.0) Změny energie oscilátoru

Při harmonickém kmitání se periodicky mění potenciální energie na kinetickou energii a naopak.

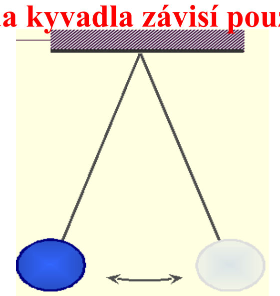
Nepůsobí-li na oscilátor vnější síly (netlumené kmitání), je celková energie $\boldsymbol{E_c}$= konstantní, y_m= konstantní.

$$E_c = \frac{1}{2} k y_m^2$$

19.0) Matematické kyvadlo

Je to model kyvadla, zkoumá se pouze hmotný bod zavěšený na tenkém vláknu zanedbatelné hmotnosti a délky *l*. Při malých výchylkách je průběh tohoto kmitání harmonický.

Perioda kyvadla závisí pouze na délce závěsu, nezávisí na hmotnosti závaží.



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$