Ukázka příkladu číslo 2.

Řešte v *C*:

$$\sqrt{x^2 + 8ix + 9} = -x + i$$

Řešení:

$$\sqrt{x^2 + 8ix + 9} = -x + i \qquad /^2$$

$$x^2 + 8ix + 9 = x^2 - 2ix + i^2$$

$$10ix + 10 = 0$$

$$ix = -1$$

$$x = -\frac{1}{i} = \underline{\underline{i}}$$

Ukázka příkladu číslo 12.

Řešte v *C*:

$$(z-3)^2+(\bar{z}+i)^2=4$$

Řešení:

$$(z-3)^2+(\bar{z}+i)^2=4$$

$$z=a+bi$$

$$\bar{z}=a-bi$$

$$(a+bi-3)^2+(a-bi+i)^2=4$$

$$[(a-3)+bi]^2+[a-i(b-i)]^2=4$$

$$(a-3)^2+2(a-3)bi+b^2i^2+a^2-abi+2ai-b^2+2b-1=4$$

$$2a^2-2b^2-6a+2b+8+2ai-6bi=4$$

$$2a^2-b^2-6a+2b+4=0$$

$$2a-6b=0$$

$$a^2-b^2-3a+b+2=0$$

$$a=3b$$

$$9b^2-b^2-9b+b+2=0$$

$$8b^2-8b+2=0$$

$$4b^2-4b+1=0$$

$$b_{1,2}=\frac{4\pm 0}{8}=\frac{1}{2}$$

$$a=\frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{z=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i}}$$

Ukázka příkladu číslo 27.

Řešte v *C*:

$$x^3+1=0$$

Řešení:

$$x^3+1=0$$

a)

$$x^3=-1$$

$$a=(\cos\pi+i\sin\pi)$$

$$\underline{\underline{x_0=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}}$$

$$\underline{\underline{x_1=\cos\pi+i\sin\pi=-1}}$$

$$\underline{\underline{x_2=\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i}}$$

b) jiným způsobem

odhadneme jedno řešení $\underline{\underline{x=-1}}$

dělíme $(x^3+1):(x+1)=x^2-x+1$

$$\begin{array}{l} \underline{-x^3-x^2} \\ \quad -x^2+1 \\ \quad \underline{\;\; x^2+x} \\ \qquad\quad x+1 \end{array}$$

$$x^2-x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}= \begin{cases} \nearrow \underline{\underline{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}} \\ \searrow \underline{\underline{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i}} \end{cases}$$

Ukázka příkladu číslo 37.

Řešte soustavu rovnic v *C*:

$$x + y = 6$$

$$x . y = 45$$

Řešení:

$$x + y = 6$$

$$x . y = 45$$

$$x = \frac{45}{y}$$

$$\frac{45}{y} + y = 6$$

$$45 + y^2 - 6y = 0$$

$$y^2 - 6y + 45 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 180}}{2} = \frac{6 \pm 12i}{2}$$

$$y_1 = 3 + 6i \qquad x_1 = 6 - y_1 = 3 - 6i$$

$$y_2 = 3 - 6i \qquad x_1 = 6 - y_2 = 3 + 6i$$

$$\underline{\underline{P = \{[3 - 6i ; 3 + 6i];[3 + 6i ; 3 - 6i]\}}}$$

Ukázka příkladu číslo 45.

Je dán pravidelný pětiúhelník se středem v počátku, jehož jeden vrchol je obrazem komplexního čísla *i*. Určete komplexní čísla, jejichž obrazy jsou zbývající vrcholy pětiúhelníku.

Řešení:

$$z^5 = i$$

$$|a| = 1$$

$$\alpha = 90°$$

$$z_k = \sqrt[n]{|a|}\left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right)$$

$$\underline{\underline{z_0 = \cos\frac{\pi}{10} + i\sin\frac{\pi}{10}}}$$

$$\underline{\underline{z_1 = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i}}$$

$$\underline{\underline{z_2 = \cos\frac{9\pi}{10} + i\sin\frac{9\pi}{10}}}$$

$$\underline{\underline{z_3 = \cos\frac{13\pi}{10} + i\sin\frac{13\pi}{10}}}$$

$$\underline{\underline{z_4 = \cos\frac{17\pi}{10} + i\sin\frac{17\pi}{10}}}$$