

Ukázka příkladu číslo 3.

Řeš v množině reálných čísel rovnici:

$$4^{2x} - 18 \cdot 4^x = -32$$

Řešení:

$$4^{2x} - 18 \cdot 4^x = -32$$

$$(4^2)^x - 18 \cdot 4^x = -32$$

$$(4^x)^2 - 18 \cdot 4^x = -32$$

substituce:

$$y = 4^x$$

$$y^2 - 18y = -32$$

$$y^2 - 18y + 32 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 32}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{18 \pm 14}{2} \Rightarrow y_1 = 16; y_2 = 2$$

Zpět k substituci:

$$\text{a) } 4^x = 16 = 4^2 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{b) } 4^x = 2 = \sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Zkouška:

$$L(2) = 4^{2 \cdot 2} - 18 \cdot 4^2 = 256 - 18 \cdot 16 = -32 = P(2)$$

$$L\left(\frac{1}{2}\right) = 4^{\frac{1}{2} \cdot 2} - 18 \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 4 - 36 = -32 = P\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\underline{\underline{K = \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}}}$$

Ukázka příkladu číslo 10.

Řeš v množině reálných čísel rovnici:

$$4 \sin x + \frac{2}{\sin x} = 6$$

Řešení:

substituce:

$$y = \sin x$$

$$4y + \frac{2}{y} = 6 \quad | \cdot y$$

$$4y^2 + 2 = 6y \quad | -6y$$

$$4y^2 - 6y + 2 = 0 \quad | : 2$$

$$2y^2 - 3y + 1 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow y_1 = 1; y_2 = \frac{1}{2}$$

Zpět k substituci:

a) $\sin x = 1$

$$x_{1k} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

b) $\sin x = \frac{1}{2}$

$$x_{2k} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x_{3k} = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$$

Zkouška:

$$L\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{2}} = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 6 = P\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$L\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{6}} = 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 + 4 = 6 = P\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\underline{\underline{K = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right\}}}$$